



CONGRESO INTERNACIONAL DE
V DISEÑO E
INGENIERÍA
NAVAL

Marzo 15 - 17 de 2017

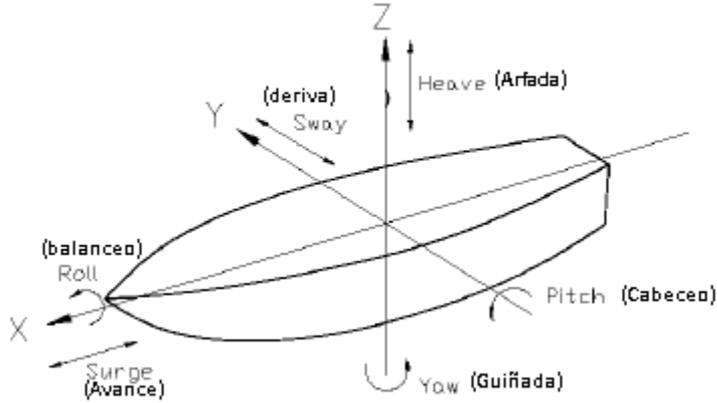
Obtención de Modelos de Nomoto de Primer y Segundo Orden de una Patrullera de Apoyo Fluvial empleando Técnicas de Identificación

Ing MSc(c) Sandra Carrillo, PhD Juan Contreras
Escuela Naval de Cadetes Almirante Padilla, Cartagena, Colombia
spcarrillo@gmail.com; , epcontrerasj@ieee.org

Para los datos de las pruebas se ha tomado como modelo de estudio el Buque Patrullero de Apoyo Fluvial Pesada “PAF-P” de 3ª generación construida por COTECMAR 2009. El buque fue sometido a pruebas de círculo evolutivo a diferentes velocidades de aproximación y ángulos de timón, zig-zag y parada emergencia en aguas someras ($H/T = 2,4$) y aguas profundas ($H/T > 10$) [8,9].



Fotografía del buque PAF-F extraída tesis Doctoral Simulación de maniobras de buque con sistemas de Propulsión no convencional en aguas poco profunda, PHD J. CARREÑO



DOF		Fuerzas y momento s	Vel. lineal y angular	Posición y ángulos Euler
1	Movimiento en la dirección x(avance)	X	U	x
2	Movimiento en la dirección y(deriva)	Y	v	y
3	Movimiento en la dirección z(Arfada)	Z	w	z
4	Rotación alrededor del eje x(balanceo)	K	p	ϕ
5	Rotación alrededor del eje x(cabeceo)	M	q	θ
6	Rotación alrededor del eje x(guiñada)	N	r	Ψ

Modelo de Maniobra Lineal

$$M_{RB}\dot{v} + C_{RB}(v)v = \tau_{RB} \quad (\text{Fossen, 1994}):$$



De la ecuación anterior se hace una expansión de los términos de los 6 grados de libertad:

$$m[\dot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] = X$$

$$m[\dot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})] = Y$$

$$m[\dot{w} - uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p})] = Z$$

$$I_x\dot{p} + (I_z - I_y)qr + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp + ur)] = K$$

$$I_y\dot{q} + (I_x - I_z)rp + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp)] = M$$

$$I_z\dot{r} + (I_y - I_x)pq + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wq)] = N$$

Se simplifica este modelo de ecuaciones de seis grados de libertad a 3 grados se realizan los siguientes supuestos:



- 1) El buque es simétrico alrededor del plano $x-z$ ($I_{xy} = I_{yz} = y_G = 0$) .
- 2) El buque tiene una distribución de masa homogénea.
- 3) El origen fijo del cuerpo está seleccionada como $r_G = [x_G \quad 0 \quad z_G]^T$ ($I_{xz} = 0$)
- 4) El cabeceo, arfada y rolo se ignoran ($q = w = p = 0$).

Esto produce tres ecuaciones no lineales simplificadas:

$$\textit{Surge:} \quad m(\dot{u} - vr - x_G r^2) = X$$

$$\textit{Sway:} \quad m(\dot{v} + ur + x_G \dot{r}) = Y$$

$$\textit{Yaw:} \quad I_z \dot{r} + mx_G(\dot{v} + ur) = N$$

Las ecuaciones perturbadas del movimiento se basan en un supuesto adicional:

La velocidad de desvío (sway) , y la velocidad de guiñada (yaw rate) y el ángulo de timón (rudder angle) δ son pequeños.



$$u = u_0 + \Delta u;$$

$$v = \Delta v;$$

$$r = \Delta r$$

$$X = X_0 + \Delta X;$$

$$Y = \Delta Y;$$

$$V = \Delta N$$

Suponiendo que las perturbaciones de orden superior pueden despreciarse, las ecuaciones no lineales de movimiento se pueden expresar como:

$$m\Delta\dot{u} = X_0 + \Delta X$$

$$m(\Delta\dot{v} + u_0\Delta r + x_G\Delta\dot{r}) = \Delta Y$$

$$I_z\Delta\dot{r} + mx_G(\Delta\dot{v} + u_0\Delta r) = \Delta N$$

las ecuaciones de gobierno del movimiento están completamente desacopladas de la ecuación de velocidad.

Ecuación de velocidad: $m\Delta\dot{u} = X$

Ecuaciones de gobierno: $m(\dot{v} + u_0 r + x_G \dot{r}) = Y$

$$I_z \dot{r} + m x_G (\dot{v} + u_0 r) = N$$

La suposición de que la velocidad de avance media es constante implica que este modelo sólo es válido para los pequeños ángulos de timón

Ecuación de Nomoto de primer orden:



$$I_z \dot{r} + mx_G(\dot{v} + u_0 r) = N$$

Reorganizando y sustituyendo la constante de tiempo de gobierno $T = I_z / mx_G u_0$ y la ganancia del timón $K = N / \delta_R mx_G u_0$ quedaría expresada la Ecuación de Nomoto de primer orden de la forma:

$$T\dot{r} + r = K\delta_R$$

O alternativamente:

$$T\dot{r}\ddot{\psi} + \dot{\psi} = K\delta_R \quad \text{con } \dot{\psi} = r$$

Reorganizado de la forma estado-espacio

$$x = Ax + Bu \quad y = Cx,$$

El modelo de Nomoto de primer Orden se convierte en:

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K}{T} \end{bmatrix} \delta_R \quad \text{(forma de Tiempo constante)}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \end{bmatrix} \delta_R \quad \text{(forma Paramétrica)}$$

Ecuación de Nomoto de segundo orden:



$$\text{Ecuaciones de gobierno:} \quad m(\dot{v} + u_0 r + x_G \dot{r}) = Y$$

$$I_z \dot{r} + m x_G (\dot{v} + u_0 r) = N$$

Asumiendo el origen en el centro de gravedad ($x_G = 0$). La teoría lineal sugiere que la fuerza hidrodinámica y el momento se pueden modelar como (Davidson y Schiff (1946))

$$Y = Y_{\dot{v}} \dot{v} + Y_{\dot{r}} \dot{r} + Y_v v + Y_r r + Y_{\delta} \delta_R$$

$$N = N_{\dot{v}} \dot{v} + N_{\dot{r}} \dot{r} + N_v v + N_r r + N_{\delta} \delta_R$$

Podemos escribir las ecuaciones de movimiento en la forma de estado- espacio de acuerdo a: $M\dot{v} + N(u_0)v = b\delta_R$ se obtiene el modelo de Nomoto:

Donde $v = [v, r]^T$ es el vector de estado, δ_R el ángulo de timón, y:

$$M = \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} \\ mx_G - N_{\dot{v}} & I_Z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix}; \quad N_{(u_0)} = \begin{bmatrix} -Y_v & mu_0 - Y_r \\ -N_v & mx_G u_0 - N_r \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} Y_{\delta} \\ N_{\delta} \end{bmatrix}$$

El modelo de espacio-estado correspondiente

$$\dot{x} = Ax + b_1 u$$

Con

$$A = -M^{-1}N = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; \quad b_1 = M^{-1}b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = \frac{(I_Z - N_{\dot{r}})Y_v - (mx_G - Y_{\dot{r}})N_v}{\det(M)}$$

$$a_{12} = \frac{(I_Z - N_{\dot{r}})(Y_r - mu_0) - (mx_G - Y_{\dot{r}})(N_{\dot{r}} - mx_G u_0)}{\det(M)}$$

$$a_{21} = \frac{(m - Y_{\dot{v}})N_v - (mx_G - N_{\dot{v}})Y_v}{\det(M)}$$

$$a_{22} = \frac{(m - Y_{\dot{v}})(N_r - mx_G u_0) - (mx_G - N_{\dot{v}})(Y_r - mu_0)}{\det(M)}$$

$$b_1 = \frac{(I_Z - N_{\dot{r}})Y_{\delta} - (mx_G - Y_{\dot{r}})N_{\delta}}{\det(M)}$$

$$b_2 = \frac{(m - Y_{\dot{v}})N_{\delta} - (mx_G - N_{\dot{v}})Y_{\delta}}{\det(M)}$$

Estos modelos se obtienen mediante la eliminación de la velocidad de desvío v desde $M\dot{v} + N(u_0)v = b\delta_R$ para obtener la función de transferencia Nomoto entre r and δ_R , que es:

$$\frac{r}{\delta_R}(s) = \frac{K_R(1 + T_3s)}{(1 + T_1s)(1 + T_2s)}$$

$$T_1 T_2 = \frac{\det(M)}{\det(N)}$$

$$T_1 + T_2 = \frac{n_{11}m_{22} + n_{22}m_{11} - n_{12}m_{21} - n_{21}m_{12}}{\det(N)}$$

$$K_R = \frac{n_{21}b_1 - n_{11}b_2}{\det(N)}$$

$$K_R T_3 = \frac{m_{21}b_1 - m_{11}b_2}{\det(N)}$$

Donde los elementos n_{ij} , m_{ij} y b_i son definidos como:

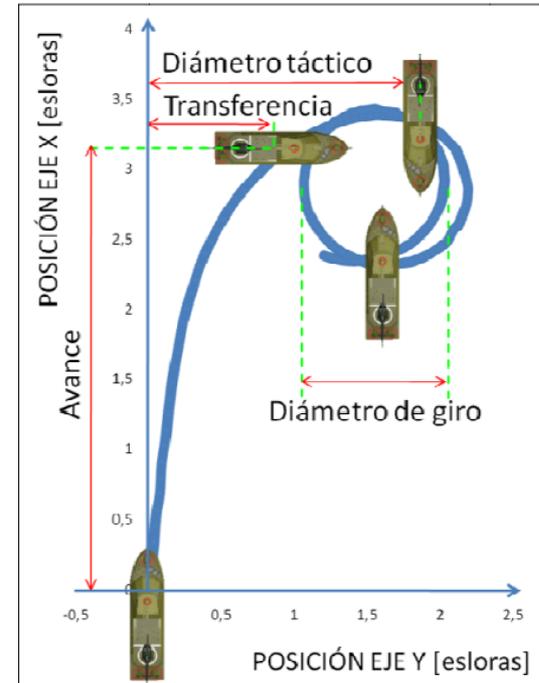
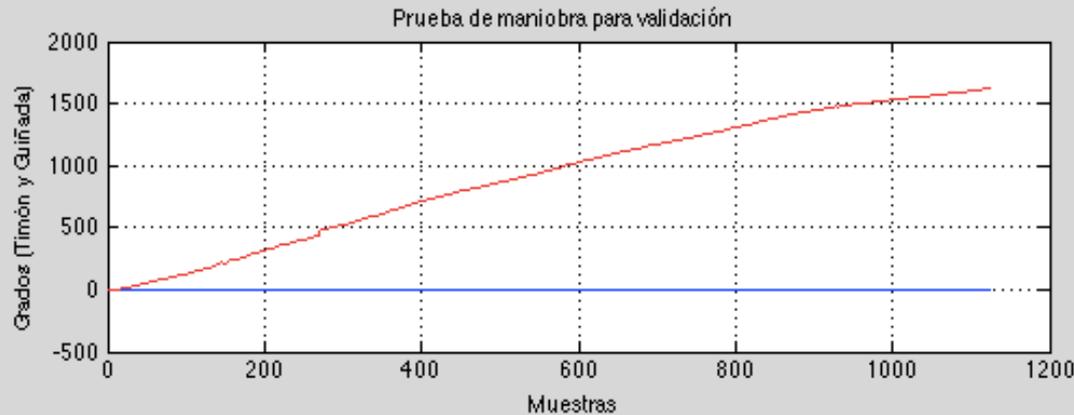
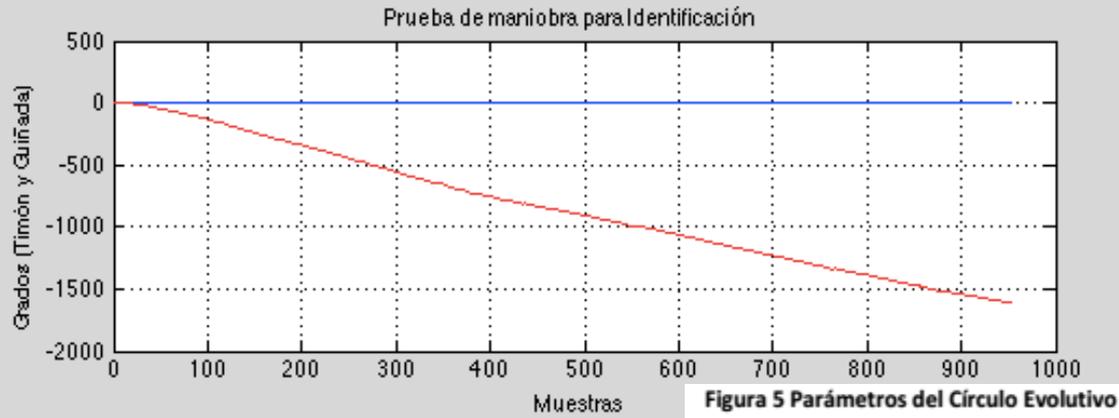
$$M = \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} \\ mx_G - N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix}; \quad N_{(u_0)} = \begin{bmatrix} -Y_v & mu_0 - Y_r \\ -N_v & mx_G u_0 - N_r \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} Y_{\delta} \\ N_{\delta} \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}; \quad N_{(u_0)} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

Expresando la ecuación $\dot{x} = Ax + b_1 u$, se convierte en forma estado –espacio

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\ddot{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -\frac{(T_1+T_2)}{T_1 T_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_R & K_R T_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_R \\ \dot{\delta}_R \end{bmatrix} \delta_R \text{ (forma de Tiempo constante)}$$

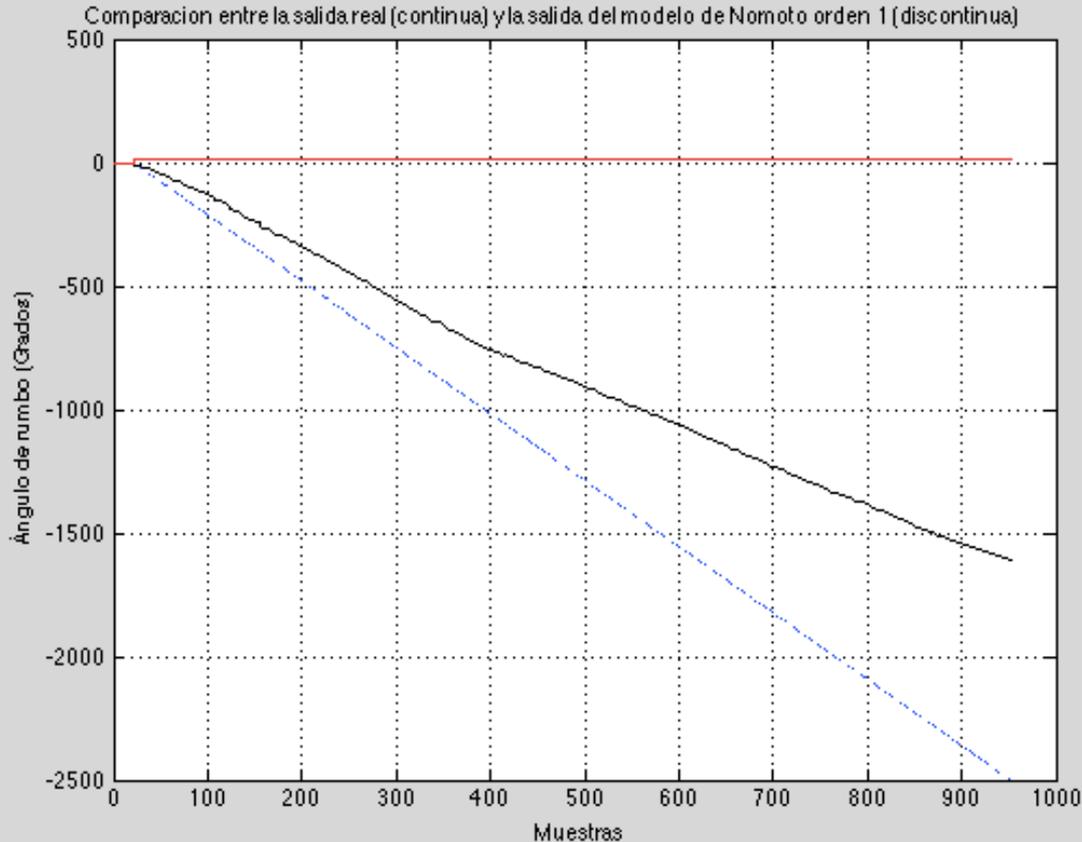
Identificación de Modelos Matemáticos



Círculo Evolutivo PAF-F figura extraída tesis Doctoral Simulación de maniobras de buque con sistemas de Propulsión no convencional en aguas poco profunda, PHD J. CARREÑO

Figura 1. Pruebas de maniobra de círculo evolutivo empleadas para identificación y validación

Obtención de modelo de Nomoto de primer orden.



$$G(s) = \frac{y(s)}{d(s)} = \frac{K}{s(Ts+1)} = \frac{-0.0032}{s(0.4702s+1)}$$

El error cuadrático
medio
normalizado 0.2883.

Obtención de modelo de Nomoto de segundo orden.



$$G(s) = \frac{\psi(s)}{\delta(s)} = \frac{K(T_3s + 1)}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} = \frac{\frac{KT_3}{T_1T_2} \left(s + \frac{1}{T_3} \right)}{\left(s + \frac{1}{T_1} \right) \left(s + \frac{1}{T_2} \right)}$$

Si descomponemos por fracciones parciales tenemos que_

$$G(s) = \frac{y(s)}{d(s)} = \frac{A_1}{s + \frac{1}{T_1}} + \frac{A_2}{s + \frac{1}{T_2}}$$

Con lo que se obtiene que

$$A_1 = \frac{K(T_1 - T_3)}{T_1(T_1 - T_2)}; \quad A_2 = \frac{K(T_2 - T_3)}{T_2(T_2 - T_1)}$$

La respuesta en el dominio del tiempo estará dada por

$$y(t) = \frac{K(T_1 - T_3)}{T_1(T_1 - T_2)} * e^{-\frac{1}{T_1}t} + \frac{K(T_2 - T_3)}{T_2(T_2 - T_1)} * e^{-\frac{1}{T_2}t}$$

$$G(z) = A_1 \frac{1}{1 - e^{-\frac{1}{T_1}T} z^{-1}} + A_2 \frac{1}{1 - e^{-\frac{1}{T_2}T} z^{-1}}$$

$$G(z) = \frac{A_1 \frac{1}{1 - e^{-\frac{1}{T_1}T} z^{-1}} + A_2 \frac{1}{1 - e^{-\frac{1}{T_2}T} z^{-1}}}{1 - e^{-\frac{1}{T_1}T} z^{-1} - e^{-\frac{1}{T_2}T} z^{-1}}$$

$$G(z) = \frac{A_1 + A_2 - \frac{A_1}{e^{-\frac{1}{T_1}T}} + \frac{A_2}{e^{-\frac{1}{T_2}T}} z^{-1}}{1 - e^{-\frac{1}{T_1}T} z^{-1} - e^{-\frac{1}{T_2}T} z^{-1}}$$

Donde T es el tiempo de muestreo.

Modelo discreto de segundo orden

$$G(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

Tenemos que:

$$b_0 = A_1 + A_2$$

$$b_1 = -\frac{A_1}{e^{-\frac{1}{T_1}T}} + \frac{A_2}{e^{-\frac{1}{T_2}T}}$$

$$a_1 = -\frac{A_1}{e^{-\frac{1}{T_1}T}} + \frac{A_2}{e^{-\frac{1}{T_2}T}}$$

$$a_2 = e^{-\frac{1}{T_1}T} + e^{-\frac{1}{T_2}T}$$

De donde obtenemos:

$$\ln(a_2) = -\left(\frac{T}{T_1} + \frac{T}{T_2}\right)$$

Entonces,

$$T_2 = \frac{T}{-\frac{T}{T_1} - \ln(a_2)}$$

$$a_1 * e^{\frac{T}{T_1}} = -e^{\frac{T}{T_1}} * \left(e^{-\frac{T}{T_1}} + e^{-\frac{T}{T_2}} \right)$$

$$a_1 * e^{\frac{T}{T_1}} = -e^{\frac{T}{T_1}} * e^{-\frac{T}{T_1}} - e^{\frac{T}{T_1}} * e^{\left(\frac{T}{T_1} + \ln(a_2)\right)}$$

$$a_1 * e^{\frac{T}{T_1}} = -1 - a_2 * e^{\frac{2T}{T_1}}$$

$$a_2 * e^{\frac{2T}{T_1}} + a_1 * e^{\frac{T}{T_1}} + 1 = 0$$

$$\text{haciendo } x = e^{\frac{T}{T_1}}$$

$$a_2 x^2 + a_1 x + 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4(a_2)(1)}}{2a_2}$$

$$T_1 = \frac{T}{\ln(x_{1,2})}$$



K se calcula a partir de la ganancia del modelo en tiempo discreto ($z = 1$),

$$K = \frac{(b_0 + b_1)}{(1 + a_1 + a_2)}$$

Finalmente hallamos T_3 , así:



$$b_0 = A_1 + A_2$$

$$b_0 = \frac{K(T_1 - T_3)}{T_1(T_1 - T_2)} + \frac{K(T_2 - T_3)}{T_2(T_2 - T_1)}$$

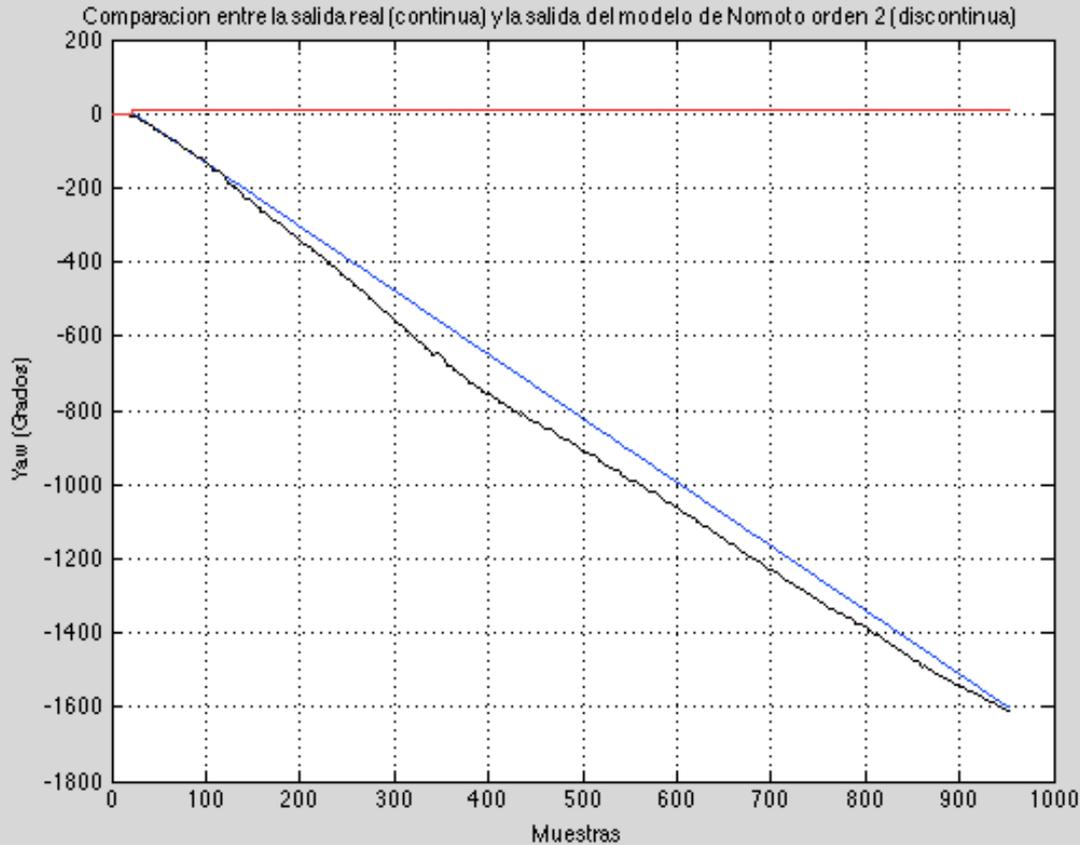
$$b_0 = \frac{K * T_3}{T_1 T_2}$$

$$T_3 = \frac{b_0 T_1 T_2}{K}$$

Los coeficientes obtenidos son: $K = -0.1724$, $T_1 = 2.0875$, $T_2 = 0.3179$ y $T_3 = 0.1830$, con lo que el modelo de Nomoto de segundo orden está expresado por

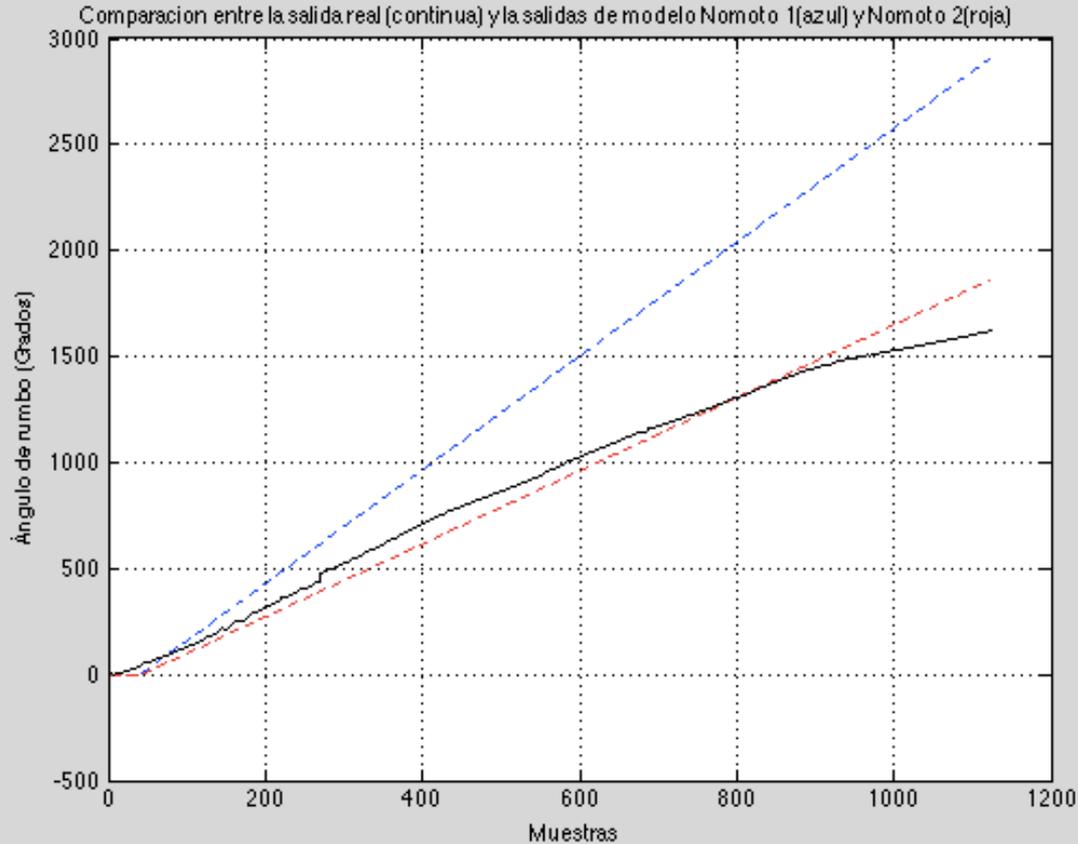
$$G(s) = \frac{y(s)}{d(s)} = \frac{K(T_3 s + 1)}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} =$$

$$G(s) = \frac{-0.1724(0.1830 s + 1)}{s(2.0875 s + 1)(0.3179 s + 1)} = \frac{-0.03155 s - 0.1724}{0.6636 s^2 + 2.405 s + s}$$



El error cuadrático medio normalizado fue 0.0397.

Figura 3. Comparación entre la salida del modelo de Nomoto de segundo orden (discontinua) y el ángulo de rumbo real con los datos de la identificación



El error cuadrático medio normalizado obtenido con el modelo de Nomoto de primer orden fue de 0.3826, mientras que con el modelo de Nomoto de segundo orden fue de 0.0516.

Figura 4. Comparación entre la salida del modelo de Nomoto de segundo orden (discontinua) y el ángulo de rumbo real con los datos de validación

Análisis de estabilidad del modelo de Nomoto de segundo orden

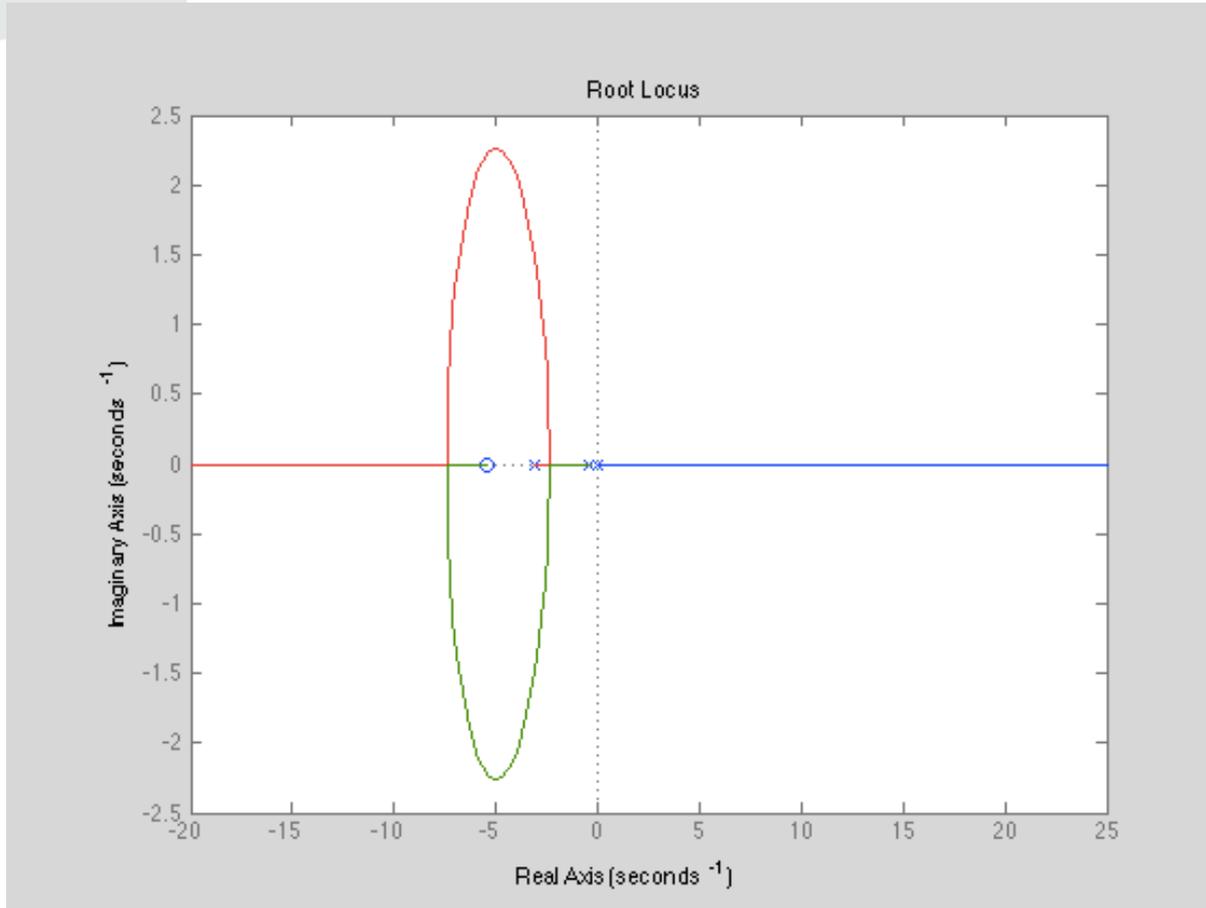


Figura 5. Lugar de las raíces del modelo de Nomoto de segundo orden

CONCLUSIONES

Se presentó una metodología para obtener el modelo de Nomoto de Segundo orden de una patrullera de apoyo fluvial PAF empleando técnica de identificación y empleando datos experimentales de una prueba estándar de maniobra como es la del círculo evolutivo. El modelo matemático obtenido presenta un error cuadrático medio normalizado de 0.0397 en el proceso de identificación y de 0.0516 en el proceso de validación lo que evidencia una aproximación bastante alta. La prueba empleada para validación se hizo con giro a babor mientras que la empleada para identificación se hizo a estribor.

El análisis del lugar de las raíces del modelo de Nomoto de Segundo orden muestra el comportamiento temporal del sistema. El polo ubicado en el origen es el que ocasiona un giro indefinido hacia babor, o estribor, ya que su ubicación en el origen del plano S implica un comportamiento inestable o críticamente estable.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Doctor CALM Jorge Enrique Carreño Moreno, quien contribuyó con conocimientos necesarios para poder llevar a cabo el desarrollo de este artículo, que muestra algunos de los resultados de los adelantos de Tesis de Maestría.

MUCHAS GRACIAS



CONGRESO INTERNACIONAL DE
V DISEÑO E
INGENIERÍA
NAVAL

Marzo 15 - 17 de 2017